

***Effective Conditions and Strategies for Presenting Creative Solutions in Solving Mathematics from Creative Graduate Students Viewpoints***

N. Yaftian\*, Assistant Professor, Dep. of Mathematics, Shahid Rajaei Tarbiyat Dabir University, Tehran, Iran  
yaftian@srttu.edu

**Abstract**

The major purpose of the research was to identify effective conditions and strategies to improve and foster mathematical creativity in educational environments. Data is gathered using grounded theory and semi structured introspective interviews. The population were all students who are majoring in mathematics in the universities in Tehran. For the semi structured introspective interviews, 13 mathematics students were asked to participate in the study based on purposive sampling. The data was analyzed by coding process in the two stages of free and axial coding. To ensure that the research is qualified, the credibility, dependability, transferability and conformability criteria were used. The results revealed that there are several subcategories for effective conditions and strategies that explain how they influence creative solutions of the mathematics problems. The research could help the educators to provide suitable educational environments which can develop mathematical creativity.

**Key words:** Mathematical creativity, Mathematics education, fostering mathematical creativity, tertiary level students.

---

\* Corresponding Author

رویکردهای نوین آموزشی

دانشکده علوم تربیتی و روان‌شناسی دانشگاه اصفهان

سال دوازدهم، شماره ۲، شماره پیاپی ۲۶، پائیز و زمستان ۱۳۹۶

ص ۶۰-۷۶ تاریخ دریافت: ۹۴/۶/۱۴ تاریخ پذیرش: ۹۶/۱۰/۲۵

## شرایط و راهبردهای مؤثر برای ارائه راه‌حل‌های خلاقانه در حل مسائل ریاضی از دیدگاه دانشجویان خلاق دوره کارشناسی رشته ریاضی\*

نرگس یافتیان\*، استادیار گروه ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران

yaftian@srttu.edu

### چکیده

هدف اصلی پژوهش، شناسایی شرایط و راهبردهای مؤثر بر ارائه راه‌حل‌های خلاقانه در حل مسائل ریاضی در محیط‌های آموزشی از دیدگاه دانشجویان خلاق دوره کارشناسی رشته ریاضی است. داده‌ها با رویکرد کیفی به روش نظریه داده‌محور و استفاده از ابزار مصاحبه‌های عمیق نیمه‌ساختاریافته جمع‌آوری شده‌اند. جامعه این پژوهش، تمام دانشجویان مشغول به تحصیل رشته ریاضی در مقطع کارشناسی در دانشگاه‌های دولتی واقع در شهر تهران است. برای انجام مصاحبه‌های عمیق و نیمه ساختار یافته، سیزده دانشجو با روش نمونه‌گیری نظری، دعوت به همکاری شدند. داده‌ها از طریق فرایند کدگذاری در دو مرحله آزاد و محوری تحلیل شد. برای مطمئن شدن از کیفیت پژوهش، از معیارهای باورپذیری، اطمینان‌پذیری، انتقال‌پذیری و تأییدپذیری استفاده شد. نتایج نشان می‌دهد که برای مقوله‌های شرایط و راهبردهای مؤثر، زیرمقوله‌هایی حاصل شده است که چگونگی تأثیر آنها را در ارائه راه‌حل‌های خلاقانه در حل مسائل ریاضی تبیین می‌کنند. بر اساس دیدگاه مشارکت‌کنندگان، این راهبردها شامل حل مسئله غیرمعمول، حل مسئله از راه‌های متنوع و فراهم کردن فرصت‌هایی برای طرح مسئله بوده است؛ همچنین برای شرایط مداخله‌گر، زیرمقوله‌های میزان مسئله حل کردن، محیط اجرا و اختصاص زمان برای حل مسائل حاصل شده است. نتایج این پژوهش برای آگاهی بیشتر دست‌اندرکاران آموزش برای فراهم کردن محیط‌های آموزشی مناسب که خلاقیت ریاضی را پرورش دهد، مناسب و کمک‌رسان است.

**واژه‌های کلیدی:** خلاقیت ریاضی، آموزش ریاضی، پرورش خلاقیت ریاضی، دانشجویان کارشناسی رشته ریاضی.

\* این مقاله متعکس‌کننده قسمتی از یافته‌های یک پژوهش کیفی است که با نگاه کل‌نگرایانه پدیده خلاقیت ریاضی را در سطوح آموزشی بررسی کرده و مدلی نظری در این زمینه ارائه کرده است. به دلیل محدودیت در تعداد صفحات، این مقاله تنها به بعضی از ابعاد این پدیده می‌پردازد.

\* نویسنده مسؤول

## مقدمه

ریاضی به دلیل ماهیت و ساختار خاص آن، حوزه‌ای مناسب برای تقویت مهارت‌هایی چون تعمیم‌دادن، حدسیه‌سازی، حل مسئله و طرح مسئله است که از ملزومات بروز خلاقیت و پرورش آن است؛ بنابراین پرورش خلاقیت باید از اهداف طراحی فعالیت‌های این حوزه باشد. پرورش خلاقیت در ریاضی باید یکی از مؤلفه‌های اصلی آموزش ریاضی در نظر گرفته شود (سریرامان<sup>۱</sup> و همکاران، ۲۰۱۳؛ وسل<sup>۲</sup>، ۲۰۱۴؛ شارما<sup>۳</sup>، ۲۰۱۴؛ لیکن<sup>۴</sup> و سریرامان، ۲۰۱۶؛ اریکان<sup>۵</sup>، ۲۰۱۷).

خلاقیت در ریاضی که با عبارت خلاقیت ریاضی<sup>۶</sup> بیان می‌شود، یکی از موضوعات پیچیده و چالش‌برانگیز در آموزش ریاضی است. عده‌ای از صاحب‌نظران (اروینک<sup>۷</sup>، ۱۹۹۱؛ بُدن<sup>۸</sup>، ۲۰۰۴)، خلق ایده‌ها و مفاهیم ریاضی را ناشی از ترکیب ایده‌ها می‌دانند و ترکیب کردن ایده‌های شناخته‌شده به شیوه‌های جدید را یک کار خلاقانه در نظر می‌گیرند. اروینک (۱۹۹۱) معتقد است خلاقیت ریاضی نقشی حیاتی در تفکر ریاضی پیشرفته دارد و زمینه را برای حدسیه‌سازی برای توسعه، پیشبرد و خلق نظریه‌های ریاضی فراهم می‌کند. او شکل‌گیری تعریف یک مفهوم جدید ارزشمند ریاضی با استفاده از مفاهیم قبلی را مثالی از فعالیت‌های خلاقانه ریاضی می‌داند. چمبرلین و مون<sup>۹</sup> (۲۰۰۵) نیز تفکر واگرا<sup>۱۰</sup> را، در واقع توصیف پذیرفته‌شده‌ای از خلاقیت ریاضی می‌دانند. منظور از تفکر واگرا، به گفته گیلفورد<sup>۱۱</sup> (۱۹۵۹، ۱۹۶۷)، تفکری است که بر جواب‌های چندگانه و در نظر گرفتن مسئله از دیدگاه‌های مختلف تأکید می‌کند و شامل چهار مؤلفه سیالی<sup>۱۲</sup>، انعطاف‌پذیری<sup>۱۳</sup>، بکر بودن<sup>۱۴</sup> و بسط<sup>۱۵</sup> است. «سیالی» بر راه‌حل‌های متعدد در حل مسئله توجه می‌کند؛ «انعطاف‌پذیری» به این توانایی می‌پردازد که شخص می‌تواند ایده‌های متنوعی را تولید کند؛ «بکر بودن» به تولید جواب‌های جدید و غیرمنتظره دلالت دارد و بالاخره منظور از بسط، توصیف و گسترش یک ایده و توجه به جزئیات است. لی کوک<sup>۱۶</sup> (۱۹۷۰) نیز خلاقیت ریاضی را توانایی تحلیل یک مسئله داده‌شده به شیوه‌های مختلف و انتخاب روشی مناسب برای روی آوردن به وضعیت‌های ناآشنا در ریاضیات می‌داند.

چمبرلین و مون (۲۰۰۵) می‌گویند که از جمله مواقعی که خلاقیت ریاضی آشکار می‌شود، زمانی است که شخص جواب غیراستانداردی را برای مسئله‌ای می‌یابد که ممکن است قبلاً به شیوه‌ای استاندارد حل شده باشد. اروینک (۱۹۹۱) نیز حل یک مسئله قدیمی را به شیوه‌ای جدید، مثالی از فعالیت‌های خلاقانه ریاضی در نظر می‌گیرد. عده‌ای از محققان

---

1- Sriraman  
2- Wessels  
3- Sharma  
4- Leikin  
5- Arikan  
6- mathematical creativity  
7- Ervynck  
8- Boden  
9- Chamberlin and Moon  
10- Divergent thinking  
11- Guilford  
12- fluency  
13- flexibility  
14- originality  
15- elaboration  
16- Laycock

(لیکین و لو<sup>۱</sup>، ۲۰۱۳؛ ۲۰۰۷؛ لیکین، ۲۰۰۹؛ اروینک، ۱۹۹۱؛ تال<sup>۲</sup>، ۱۹۹۱؛ کاوون<sup>۳</sup> و همکاران، ۲۰۰۶؛ اریکان<sup>۴</sup>، ۲۰۱۷؛ سریرامان و هاوولد<sup>۵</sup>، ۲۰۱۷) نیز معتقدند به کارگیری شیوه‌های چندگانه در حل مسائل باعث ارتباط دادن مفاهیم و ایده‌های مختلف ریاضی و عمق بخشیدن به فهم و درک افراد می‌شود و بر این باورند که می‌توان از آن برای پرورش خلاقیت ریاضی در سطوح مختلف استفاده کرد. لیکین (۲۰۰۷) می‌گوید حل یک مسئله به شیوه‌های مختلف باعث انعطاف‌پذیری در تفکر ریاضی شده و همچنین باعث می‌شود فرد بین ابزارها و بازنمایی‌های مختلف از مفاهیم ریاضی ارتباط کشف کند و بتواند بین حوزه‌ها و موضوعات مختلف ریاضی پیوند برقرار کند. لیکین با تأکید بر اهمیت توجه به مفهوم «دامنه تقریبی رشد»<sup>۶</sup> که ویگوتسکی معرفی کرده، معتقد است تکالیف و مسائلی که در این خصوص از افراد خواسته می‌شود تا به شیوه‌های مختلف حل کنند، نباید بیش از حد آسان یا بیش از حد سخت باشد؛ بلکه با توجه به معلومات آنها دست‌یافتنی باشد. هی‌لاک (۱۹۸۷) ضمن بیان این امر که بین فرایندهای حل مسئله و تفکر خلاق پیوندی وجود دارد، برای شناخت تفکر خلاق افراد در ریاضی، مثال‌هایی از تکالیف ریاضی را ارائه می‌دهد. این تکالیف به گونه‌ای انتخاب شده که افراد را به داشتن ذهنی باز و رهاکردن قالب‌های کلیشه‌ای تشویق می‌کند. همچنین این تکالیف به مؤلفه‌های انعطاف‌پذیری و بکر بودن از تفکر خلاق توجه خاصی دارند (اریکان<sup>۷</sup>، ۲۰۱۷؛ سریرامان و هاوولد<sup>۸</sup>، ۲۰۱۷).

بسیاری از محققان بین تعریف خلاقیت ریاضی در سطح حرفه‌ای و در سطح مدرسه‌ای تمایز قائل می‌شوند و بر این باورند که در سطوح آموزشی، خلاقیت ریاضی عموماً مرتبط با اعمالی مانند حل مسائل خلاقانه، حل خلاقانه مسائل، حل مسائل با راه‌حل‌های چندگانه، حل مسائل بازپاسخ، طرح مسئله، تعمیم‌دادن و ارتباط بین ایده‌های به ظاهر نامرتب است (چمبرلین و مون، ۲۰۰۵؛ سیلور<sup>۹</sup>، ۱۹۹۷؛ سریرامان، ۲۰۰۴؛ لیلجدهل<sup>۱۰</sup> و سریرامان، ۲۰۰۶؛ هی‌لاک، ۱۹۸۷؛ کیم<sup>۱۱</sup>، ۲۰۰۹؛ یان<sup>۱۲</sup> و سریرامان، ۲۰۱۲؛ گنتروویچ<sup>۱۳</sup> و همکاران، ۲۰۱۱؛ لیکین و لو، ۲۰۱۳؛ سریرامان و همکاران، ۲۰۱۳؛ لانگ، ۱۹۹۷). در واقع، به طور طبیعی در سطح مدرسه‌ای از دانش‌آموزان انتظار کارهای خارق‌العاده نمی‌رود؛ با وجود این در همین سطوح، دانش‌آموزان قادرند که بینش‌های جدیدی در حل مسائل ریاضی از خود نشان دهند. بنابراین، خلاقیت ریاضی تنها به حوزه خاص ریاضی‌دانان حرفه‌ای مرتبط نیست و در سطح دانش‌آموزان و دانشجویان یا به عبارت دیگر در سطح تازه‌کاران ریاضی نیز مطرح می‌شود. این نگاه، گواهی بر لزوم پرداختن به این امر در نظام تعلیم و تربیت است.

بعضی از مطالعات در باره خلاقیت ریاضی، برای بهبود سیستم‌های آموزشی در جهت تقویت توانایی خلاق یادگیرندگان و افزایش توانایی آنان در ارائه راه‌حل‌های خلاقانه در حل مسائل ریاضی، بر آموزش معلمان تأکید دارند (کیماز<sup>۱۴</sup> و

---

1- Lev  
2- David Tall  
3- Kwon  
4- Arikan  
5- Haavold  
6- Zone of Proximal Development  
7- Arikan  
8- Haavold  
9- Silver  
10- Liljedahl  
11- Kim  
12- Yuan  
13- Kontorovich  
14- Kiymaz

همکاران، ۲۰۱۲؛ سینتسکی<sup>۱</sup>، ۲۰۰۸؛ مینا<sup>۲</sup>، ۲۰۰۸؛ مان<sup>۳</sup>، ۲۰۰۹. نیومن<sup>۴</sup> (۲۰۰۷) نیز توجه به مسائل فرهنگی را ضروری می‌داند و در پژوهش خود به این نتیجه می‌رسد که بهترین شرایط برای بهبود و توسعه خلاقیت علمی افراد، ایجاد فرهنگ توسعه یافته‌ای است که با تعامل و تبادل ایده‌های افراد ضمانت می‌شود.

پژوهش‌های متعددی در زمینه خلاقیت ریاضی در سطوح مدرسه‌ای و دانشگاهی انجام یافته است؛ اما با وجود پژوهش‌های انجام گرفته، بررسی‌ها نشان می‌دهد که هنوز بسیاری از ابعاد و وجوه آن در محیط‌های آموزشی برای صاحب‌نظران ناشناخته است. سهم کشور ما در این پژوهش‌ها، کم‌رنگ بوده است و اکثر این پژوهش‌ها ابعادی از حل مسئله و طرح مسئله در ریاضی را اساس کار قرار داده است؛ ولی ارتباط و تحلیل آن با خلاقیت ریاضی کمتر مدنظر بوده است (برای مثال، اسکندری، ۱۳۹۲؛ ریحانی و همکاران، ۱۳۹۳؛ نادری، ۱۳۹۳). بنابراین انجام پژوهش‌های متعدد در این زمینه ضروری به نظر می‌رسد. باید توجه داشت که خلاقیت ریاضی مقوله‌ای مستقل در ذهن افراد نیست که بتوان آن را بدون توجه به عوامل مختلف از جمله بافت فرهنگی که فعالیت‌های خلاقانه ریاضی افراد در آن شکل گرفته، بررسی کرد. در واقع، باید در شرایط مختلف و در جوامع و بافت‌های مختلف بررسی شود. این پژوهش، تلاشی است تا ابعادی از پدیده خلاقیت ریاضی را در سطوح آموزشی، با تأکید بر ارائه راه‌حل‌های خلاقانه در حل مسائل ریاضی، با رویکرد کیفی در جامعه دانشجویان ایران بررسی کند و به سؤالاتی در این خصوص پاسخ دهد:

**سؤال اول:** از دیدگاه دانشجویان خلاق، راهبردهای به کاررفته برای افزایش توانایی افراد در ارائه راه‌حل‌های خلاقانه برای مسائل ریاضی در محیط‌های آموزشی چه مواردی است؟

**سؤال دوم:** از دیدگاه دانشجویان خلاق، راهبردهای به کاررفته برای بالابردن توانایی افراد در ارائه راه‌حل‌های خلاقانه برای مسائل ریاضی در محیط‌های آموزشی چگونه تأثیر گذار هستند؟

**سؤال سوم:** از دیدگاه دانشجویان خلاق، انتخاب راهبردهای به کاررفته برای توانایی افراد در ارائه راه‌حل‌های خلاقانه برای مسائل ریاضی در محیط‌های آموزشی تحت تأثیر کدام شرایط مداخله‌گر است؟

**سؤال چهارم:** از دیدگاه دانشجویان خلاق، شرایط مداخله‌گر در ارائه راه‌حل‌های خلاقانه برای مسائل ریاضی در محیط‌های آموزشی، چگونه تأثیر گذار هستند؟

## روش پژوهش

در این پژوهش به دلیل ماهیت موضوع، از رویکرد کیفی به روش نظریه داده‌محور<sup>۵</sup> استفاده شد؛ زیرا امکان مطالعه عمیق پدیده‌ها را در بافت طبیعی خود فراهم آورده و به جای تدوین فرضیه‌ها و آزمون آنها، به ارائه یک چارچوب مفهومی<sup>۶</sup> یا تولید نظریه‌ای منجر می‌شود (اشتراوس و کوربین<sup>۷</sup>، ۱۹۹۸). جامعه این پژوهش تمام دانشجویانی است که در رشته ریاضی مقطع کارشناسی در دانشگاه‌های دولتی شهر تهران تحصیل می‌کنند. نمونه شامل ۱۳ دانشجوی کارشناسی

1- Sinitsky

2- Mina

3- Mann

4- Neumann

5- Grounded Theory

6- theoretical frameworks

7- Corbin & Strauss

ریاضی (دانشجویان ترم چهار به بعد) از چند دانشگاه در دسترس برای انجام مصاحبه‌های عمیق و نیمه‌ساختاریافته است که با روش نمونه‌گیری نظری<sup>۱</sup> به طور داوطلبانه دعوت به همکاری شدند. منظور از مصاحبه‌های نیمه‌ساختاریافته، «یک سری سؤالات منسجم است که برای به دست آوردن اطلاعات بیشتر و موشکافی عمیق‌تر موضوع مورد مصاحبه، از سؤالات بازپاسخ نیز استفاده می‌شود» (گال و همکاران، ۱۳۸۷: ۵۳۲). در نمونه‌گیری نظری که نوعی از نمونه‌گیری هدفمند است، نمونه از افرادی تشکیل می‌شود که اطلاعات جامعی در اختیار پژوهشگر قرار دهند (چارماز<sup>۲</sup>، ۲۰۰۶). در این پژوهش، نمونه شامل دانشجویانی است که هم از نظر اساتید و هم از نظر همکلاسی‌های آنان، در ریاضی خلاق باشند. مبنای توقف در این نوع نمونه‌گیری، براساس اشباع نظری<sup>۳</sup> مقوله‌هاست. در این پژوهش، نمونه‌گیری و انجام مصاحبه با شرکت‌کنندگان تا جایی ادامه یافت که مشخص شد انجام مصاحبه‌های بیشتر، به داده‌ها چیزی اضافه نمی‌کرد. در واقع، پس از مصاحبه با ۱۰ دانشجو، معلوم شد که مقوله‌ها به اشباع نظری رسیدند. برای کسب اطمینان بیشتر، مصاحبه‌ها با ۳ نفر دیگر ادامه یافت و معلوم شد در ارتباط با مقوله‌ها، داده‌های جدیدی به دست نیامد. برای هر یک از مشارکت‌کنندگان، اسم مستعار (برای مثال، ک.م.) در نظر گرفته شد.

به دلیل اینکه مصاحبه‌های شفاهی، ضبط و پیاده‌سازی آنها از مهمترین ابزارهای گردآوری داده‌ها در نظریه داده‌محور است (اشتراوس و کورین، ۱۹۹۸؛ کرسول<sup>۴</sup>، ۱۹۹۸)، ابزار گردآوری در پژوهش حاضر، مصاحبه‌های عمیق و نیمه-ساختاریافته بوده است. سؤالات اصلی مصاحبه‌ها، با در نظر گرفتن اهداف پژوهش طراحی شده است. در حین مصاحبه‌ها، بنا به صحبت‌های مشارکت‌کنندگان، چنانچه نیاز به بررسی دقیق‌تر بود، سؤالات تکمیلی نیز پرسیده شد. بعضی از سؤالات اصلی مصاحبه‌ها عبارت بودند از:

- به نظر شما به چه کسی خلاق در ریاضی می‌گوییم؟
  - به نظر شما خلاقیت در ریاضی شامل چه کارها و فعالیت‌هایی است؟
  - فکر می‌کنید که خلاقیت در ریاضی را می‌توان پرورش داد؟
  - به نظر شما چه شرایطی باعث پرورش خلاقیت در ریاضی می‌شود؟
  - به نظر شما چه راهکارهایی باید در محیط‌های آموزشی انجام شود تا خلاقیت ریاضی دانشجویان پرورش یابد؟
- با کسب اجازه از مصاحبه‌شوندگان، مصاحبه‌ها به صورت صوتی ضبط شد. پس از انجام مصاحبه‌ها، برای تحلیل، پیاده‌سازی و تایپ شدند و برای تأیید به مصاحبه‌شوندگان آن نشان داده شد. این عمل، معیاری برای اعتبار یافته‌های پژوهش کیفی است (لینکلن و گوبا<sup>۵</sup>، ۱۹۸۵، نقل شده در والکر<sup>۶</sup>، ۲۰۰۸).

بعد از حصول اطمینان از متن تایپ‌شده مصاحبه‌ها، فرایند کدگذاری برای استخراج مفاهیم و مقوله‌ها انجام گرفت که برای این منظور ابتدا متن مصاحبه‌های پیاده‌سازی شده، چندین بار مطالعه شد و با بررسی خط‌به‌خط آن، نکات کلیدی موجود در متن‌ها برای مفهوم‌سازی و مقوله‌سازی استخراج و بعد از آن، کدگذاری باز<sup>۷</sup> و محوری<sup>۸</sup> انجام شد؛ سپس مصاحبه بعدی

1- theoretical sampling  
2- Charmaz  
3- theoretical saturation  
4- Creswell  
5- Lincoln & Guba  
6- Walker  
7- open coding  
8- axial coding

انجام و مراحل فوق برای آن نیز تکرار شد. همان طوری که می‌دانیم در روش نظریه داده‌محور، تحلیل داده‌ها، همزمان با گردآوری داده‌ها انجام می‌شود و این دو فرایند از یکدیگر مجزا نیستند. در این پژوهش، بعد از اولین مصاحبه، کار تحلیل آغاز شد و تا اتمام آخرین مصاحبه و البته بعد از آن نیز ادامه یافت. در واقع، انجام پژوهش در فرایند رفت و برگشت میان داده‌ها و تحلیل آنها انجام می‌پذیرد و این فرایند رفت و برگشتی تا زمان اشباع نظری ادامه دارد.

پژوهشگر، برای توسعه و تکمیل چارچوب مفهومی، همواره از مقایسه داده‌های مصاحبه‌های قبلی با مصاحبه بعدی، استفاده کرد؛ چون هدف این پژوهش تولید نظریه نبود؛ بلکه ارائه چارچوب مفهومی است به مرحله سوم کدگذاری یعنی کدگذاری انتخابی<sup>۱</sup> نیازی نبود (اشتراوس و کوربین، ۱۹۹۸). در این پژوهش، به منظور تحلیل داده‌ها و تسهیل در فرایند کدگذاری از نرم‌افزار MAXQDA9 استفاده شد. در کل فرایند پژوهش، پژوهشگر یادداشت‌های شخصی و تحلیلی خود را کامل و کامل‌تر می‌کرد. در این پژوهش، برای مطمئن شدن از کیفیت پژوهش از معیارهای مطرح‌شده گوبا و لینکلن (۱۹۸۵) یعنی معیارهای باورپذیری<sup>۲</sup>، اطمینان‌پذیری<sup>۳</sup>، انتقال‌پذیری<sup>۴</sup> و تأییدپذیری<sup>۵</sup> که با عنوان معیارهای اعتمادپذیری<sup>۶</sup> در پژوهش کیفی است، استفاده شد. در این پژوهش برای دستیابی به این اعتبار، اقدامات زیر انجام شد و در آن پژوهشگر:

- در طول فرایند پژوهش، همواره تعامل مستمر خود با مشارکت‌کنندگان، داده‌ها و میدان پژوهش را حفظ کرد.
- برای بررسی درک و تفسیر خود در خلال مصاحبه‌ها، صحبت‌های مشارکت‌کنندگان را به زبان خود تکرار کرده و از آنها تأیید گرفت.
- بعد از انجام مصاحبه و پیاده‌سازی آن، علاوه بر این که خود، مصاحبه‌ها را کدگذاری کرد، از صاحب‌نظران هم برای کدگذاری مصاحبه‌ها کمک گرفته و گاهی هم به صورت اشتراکی با این افراد، فرایند کدگذاری انجام گردید.
- برای اطلاع از درستی استنباط‌های خود، داده‌ها و یافته‌ها را به مشارکت‌کنندگان نشان داد و همچنین از نظرات اصلاحی آنان استفاده کرد.
- نتایج پژوهش را به متخصصان و صاحب‌نظران نشان داده و از صحت تحلیل داده‌ها و نتایج خود اطمینان حاصل کرده است.
- در فرایند کار همواره رفتارهای پژوهشی خود را ثبت و یادداشت کرد و از یادداشت‌های شخصی و تحلیلی خویش بهره برد.
- همواره سعی بر آن بود تا در انجام مصاحبه‌ها، تحلیل داده‌ها و هم در ارائه چارچوب مفهومی دقت لازم را داشته باشد و به نکات توصیه‌شده صاحب‌نظران عمل کند.

## یافته‌های پژوهش

این بخش، به ارائه داده‌های کیفی حاصل از فرایند کدگذاری و تحلیل مصاحبه‌های عمیق انجام‌شده با مشارکت‌کنندگان پژوهش می‌پردازد و مقوله‌های حاصل از فرایند کدگذاری باز و محوری ارائه می‌شود. برای انجام کدگذاری باز و محوری،

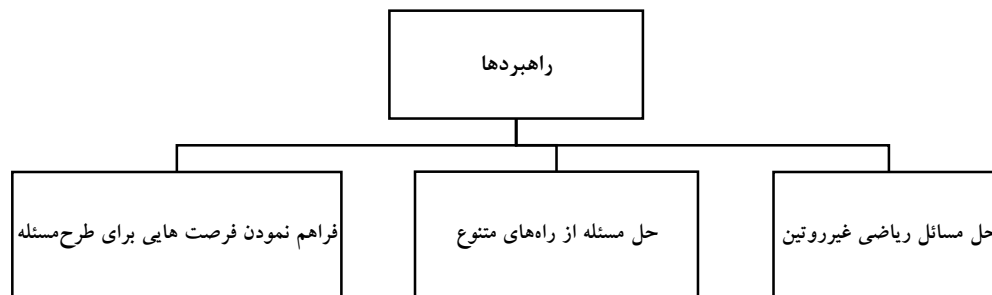
---

1- selective coding  
 2- credibility  
 3- dependability  
 4- transferability  
 5- conformability  
 6- trustworthiness

ابتدا برای استخراج کدهای مفهومی، هر یک از متن‌های مصاحبه‌ها در سطح جمله و عبارت بررسی شد؛ سپس این کدهای مفهومی در قالب مقوله‌ها و زیرمقوله‌ها، سازمان‌دهی و نامگذاری شدند. در ادامه، سؤالات پژوهش پاسخ داده می‌شود و سپس چارچوب مفهومی پژوهش ارائه می‌شود.

**سؤال اول:** از دیدگاه دانشجویان خلاق، راهبردهای به کاررفته برای بالابردن توانایی افراد در ارائه راه‌حل‌های خلاقانه برای مسائل ریاضی در محیط‌های آموزشی، چه مواردی است؟

برای شکل‌گیری تجربه‌هایی در زمینه ارائه راه‌حل‌های خلاقانه در حل مسائل ریاضی، به اجرای راهبردهای خاصی در جهت تقویت این امر مهم نیاز است. براساس دیدگاه مشارکت‌کنندگان، این راهبردها شامل زیرمقوله‌های حل مسائل غیرمعمول، حل مسئله از راه‌های متنوع و فراهم کردن فرصت‌هایی برای طرح مسئله است (شکل ۱)، که در سؤال دوم پژوهش براساس صحبت‌های مشارکت‌کنندگان مستند خواهد شد.



شکل ۱: زیرمقوله‌های اصلی مقوله راهبردها

**سؤال دوم:** از دیدگاه دانشجویان خلاق، راهبردهای به کاررفته برای بیشتر کردن توانایی افراد در ارائه راه‌حل‌های خلاقانه برای مسائل ریاضی در محیط‌های آموزشی، چگونه تأثیرگذار هستند؟

**۱- حل مسائل ریاضی غیرمعمول:** باید فرصت‌های زیادی در کلاس‌های درسی ریاضی برای افراد فراهم شود تا با حل مسائل ریاضی چالش‌برانگیز و تکالیفی که باعث می‌شود آنان خلاقیت ریاضی را تجربه کنند، دست و پنجه نرم کنند. برخی از مشارکت‌کنندگان در صحبت‌های خود به ویژگی مسائل ریاضی و به‌ویژه آن دسته از مسائلی که از قبل مشخص نمی‌شود که چه مفاهیم و قواعد و اصولی برای حل آنها ضروری است، اشاره می‌کنند و معتقدند که این نوع مسائل، فرد را تشویق می‌کند که اگر لازم است برای دوره زمانی ممتد و طولانی درگیر حل آن شود. برای مثال، ک.م. مسائلی را پیشنهاد می‌کند که شروع روشنی نداشته و تنها با تعداد محدودی از مفاهیم و قواعد مشخص و معلوم حل نشوند:

«مسئله قشنگ، مسئله‌ای است که به نظر ساده می‌آید، ولی وقتی می‌خواهیم حلش کنیم، می‌بینیم نه، آن قدر هم ساده نیست. یک روز، دو روز، سه روز وقت می‌گذاریم، ولی حل نمی‌شود و بعد یک جوری مثل مبارزه است؛ بیفتیم دنبالش که حلش کنیم».

ع.ش. هم معتقد است:

«گاهی اوقات صد تا سؤال حل می‌کنی، ولی تمام مطلب را پوشش نمی‌دهد، ولی چهار تا سؤال حل می‌کنی که سه فصل در آن جا گرفته است.

این سؤالات قشنگ هستند».



درواقع، ع.ش. یکی از زیبایی‌های مسئله را عام و کلی بودن آن می‌داند و مسلماً اگر در مسئله‌ای از ارتباط بین مفاهیم مختلف استفاده شده باشد و برای حل آن نیاز باشد که دانشجو یا دانش آموز نیز بین مفاهیم و گزاره‌های مختلف ارتباط برقرار کند، حل این نوع مسائل از اهمیت زیادی برخوردار است. م.ا. می‌گوید مسائلی که شروع روشنی داشته و هدف مشخصی را دنبال می‌کنند، برای پرورش خلاقیت مناسب نیستند:

«بعضی اوقات مسئله داد می‌زند که چطور روی آن فکر کنی و راه‌حلش چیست. برای این مسئله‌ها خلاقیت نیاز نیست».

او به مسائلی اشاره می‌کند که حل آنها براساس ویژگی منحصر به فرد این مسائل می‌تواند زمینه‌ساز پرورش خلاقیت افراد باشد:

«هر مسئله‌ای که محدود باشد و یک چیز کلی بخواهد، می‌تواند مهد خلاقیت باشد. یعنی از یک چیز کوچک، با این همه اطلاعات، راه‌حل را به دست بیاوری. یعنی دقیقاً تعمیم دادن است».

درواقع، اشاره می‌کند که حل مسائل مربوط به تعمیم دادن می‌تواند در پرورش خلاقیت مؤثر باشد. ت.ه. نیز همانند م.ا. به فرایند تعمیم دادن در حل مسائل اشاره می‌کند و استفاده از این مهارت را در حل مسئله یکی از ویژگی‌های افراد خلاق می‌داند:

«تعمیم دادن به نظر من یک طور راه‌حل خلاقانه است. فرد باید از یک سری ابزارها استفاده بکند که بتواند برای مقدار بیشتری آن را تعمیم دهد و بعد رویش فکر کند و باید خلاق باشد تا بتواند تعمیم دهد».

## ۲- حل مسائل از راه‌های متنوع: مسائلی که از قبل مشخص نمی‌شود که برای حل آن، چه مفاهیم، قواعد و اصولی

ضروری است و مسیرهای چندگانه‌ای برای حل آنها وجود دارد، برای حل این نوع مسائل به مهارت‌های بیشتری نیاز است. اغلب مشارکت کنندگان معتقدند که حل مسائل ریاضی به شیوه‌های مختلف و استفاده از راهبردهای متفاوت برای حل مسائل می‌تواند باعث پرورش خلاقیت شود و همچنین، این یکی از ویژگی‌های افراد خلاق در ریاضی است. م.ح. ارائه راه‌حل‌های متعدد را کار ساده‌ای نمی‌داند و می‌گوید:

«در بعضی مواقع خوب است که مسئله از چند راه حل شود... به نظر من ارائه راه‌حل دوم یا سوم برای یک مسئله تقریباً کار سختی است؛ زیرا شخص باید یک جور دیگر فکر کند که متفاوت از راه‌حل اولی باشد. یعنی یک ابتکار دیگر به خرج دهد تا بتواند از یک راه‌حل دیگر برود».

ت.ه. در پاسخ به این سؤال که آیا خوب است که برای یک مسئله چند راه‌حل بدهیم، می‌گوید:

«خوب است که یک مسئله از دو راه حل شود. پیش می‌آید که یک مسئله از یک راه حل می‌شود؛ ولی یک تمرین دیگر نمی‌تواند از این راه حل شود؛ ولی اگر راه‌حل دومی داشته باشد، این راه دوم را شاید بتوان برای مسئله دیگر استفاده کرد. در درس ریاضی گسسته خیلی پیش می‌آمد که استاد از یک راه حل کرده بود، ولی یک مسئله‌ای بود که از یک راه شبیه آن حل شده بود. بعد من از آن استفاده کردم و یک سؤال در امتحان را از آن راه، حل کردم و استاد هم خیلی خوشش آمده بود و این راه برای او خیلی جالب بود... باعث می‌شود که مطلب بهتر جا بیفتد و کمک می‌کند که آدم نسبت به آن مبحث دید وسیع‌تری داشته باشد و روی آن مسلط‌تر شود».

ع.ش. نیز به پیامدهای حل کردن یک مسئله از چند راه اشاره می‌کند و می‌گوید:

«درست است که اگر یک مسئله را از چند راه حل کنیم، شاید وقت نکنیم که مسائل بیشتری حل کنیم، ولی بالاخره می‌فهمیم مسائلی که از این قبیل‌اند یا شبیه این هستند، چه راه‌هایی دارند... این که یک مسئله را از چند راه برویم، دیدگاه‌مان را تغییر می‌دهد که برای این مسئله فقط این راه اول نیست، یک طور دیگر هم می‌توان به آن نگاه کرد، یعنی دیدمان را عوض می‌کند».

ش.ز. نیز معتقد است که برای این که بتوان یک مسئله را از چندین راه حل کرد باید بتوان از زوایای مختلف به مسئله

نگاه کرد؛ یعنی انعطاف‌پذیری در تفکر داشت:

«از چند راه حل کردن خیلی تبهر می‌خواهد، کار خیلی سختی است. باید همه چیز را بدانی و همه چیز در ذهنت باشد که یک مسئله را مثلاً هم از مشتق گرفتن حل کنی و هم از راه انتگرال گرفتن حل کنی».

ف.ح. نیز بر این باور است که برای ارائه راه‌حل‌های چندگانه، به درجه و وسیعی از ارتباط بین مفاهیم مختلف نیاز است و همین امر سبب دشواری در ارائه راه‌حل‌ها می‌شود:

«اگر ما یک مسئله را از چند راه حل کنیم خیلی مهم است، چون ارتباط می‌دهیم. از چی کجا باید استفاده کنیم، این به آن ربط دارد، از این هم می‌شود این جا استفاده کرد. تا به حال اساتید از ما نخواستند که یک تمرین را از چند راه حل کنیم... راه‌های دوم و سوم سخت و سخت‌تر است و به وقت بیشتری نیاز دارد. از طرفی آدم می‌گوید که این مسئله حل شده است و سختش است که از راه دیگری هم برود. در بعضی از مسئله‌ها می‌توان گفت که چند راه حل برای حل آن، یک کار خلاقانه است».

### ۳- فراهم ساختن فرصت‌های طرح مسئله: اغلب مشارکت کنندگان طرح مسئله در ریاضی را فعالیت خلاقانه‌ای در

ریاضی می‌دانند که نیازمند مهارت‌های خاصی است و البته بیشتر آنها در این زمینه تجربه ندارند یا تجارب بسیار اندکی دارند. م.ح. شرایط طرح مسئله را بیان می‌کند:

«برای طرح مسئله باید تجربه باشد. مسئله در هر زمینه‌ای که هست، شخص باید به همه چیز توجه کند و بررسی کند که چه استفاده‌ای می‌خواهد از این‌ها بکند و بعد مسئله را طرح کند».

ک.م. نیز طرح مسئله را کار خلاقانه‌ای در ریاضی می‌داند و آن را نیازمند مهارت‌های خاصی در ریاضی می‌داند و می‌گوید:

«در هیچ امتحانی از ما خواسته نشده که مسئله طرح کنیم. طرح مسئله در ریاضی یک کار خلاقانه در ریاضی است. مسئله طرح کردن کار سختی است و مهارت‌های خاصی می‌خواهد. در مسئله طرح کردن باید یک فکر خوب وجود داشته باشد».

ن.م. طرح مسئله را تجربه نکرده است، اما نظرش را بدین گونه بیان می‌کند:

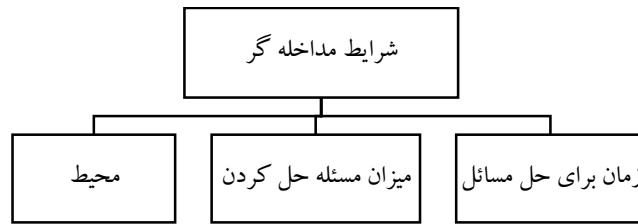
«فکر می‌کنم طرح یک مسئله غیرروتین کار جالبی باشد؛ تا حالا امتحان نکردم؛ احساس می‌کنم طرح مسئله یک ذره هیجان دارد، دغدغه دارد، مثلاً اینکه در این قسمت مسئله چه بگذاریم، از کجا شروع کنیم و به چه چیزی می‌خواهیم برسیم، یا مثلاً چه چیزی می‌تواند مسئله را کمی سخت‌تر یا آسان‌تر کند، به نظرم کار قشنگی است... وقتی می‌خواهیم درباره یک درس مسئله‌ای طرح کنیم، مسلماً از جاهایی که بیشتر فهمیدیم، مسئله طرح می‌کنیم و این به فهم بهتر مطلب هم کمک می‌کند».

ل.م. نیز می‌گوید:

«همیشه در امتحان یک برگه آماده به ما می‌دهند که حل کنیم. طرح مسئله کار ساده‌ای نیست. کسی که می‌خواهد مسئله‌ای را طرح کند، باید بداند شخصی که قرار است مسئله را حل کند، چه چیزهایی را باید بداند و از او چه چیزی می‌خواهد. یک جورایی حتی سنگین‌تر است. هم باید صورتش را بسازد و هم حلش را بداند. طرح مسئله یک کار خلاقانه است».

**سؤال سوم:** از دیدگاه دانشجویان خلاق، انتخاب راهبردهای به کاررفته برای توانایی افراد در ارائه راه‌حل‌های خلاقانه برای مسائل ریاضی در محیط‌های آموزشی، تحت تأثیر کدام شرایط مداخله‌گر است؟

بر اساس دیدگاه مشارکت کنندگان، انتخاب راهبردهای مطرح شده در بخش قبلی، تحت تأثیر شرایط مداخله‌گری است. شرایط مداخله‌گر شامل میزان مسئله حل کردن، محیط اجرا و اختصاص زمان برای حل مسائل است که در شکل ۲ آمده است و در سؤال چهارم پژوهش بر اساس صحبت‌های مشارکت کنندگان مستند و به تفکیک توضیح داده خواهد شد.



شکل ۲: زیرمقوله‌های اصلی مقوله «شرایط مداخله گر»

**سؤال چهارم:** از دیدگاه دانشجویان خلاق، شرایط مداخله گر در ارائه راه‌حل‌های خلاقانه برای مسائل ریاضی در محیط‌های آموزشی، چگونه تأثیر گذار هستند؟

**۱- میزان مسئله حل کردن:** اغلب مشارکت کنندگان بر این باورند که زیاد مسئله حل کردن و آشنایی با راهبردهای مختلف حل مسئله می‌تواند شرایط مناسبی را برای پرورش خلاقیت در ریاضی فراهم آورد. برای مثال، م.ح. می‌گوید: «برای خلاق شدن در ریاضی این مهم است که شخص روی هر چیزی که گفته می‌شود، دقت کند، زیاد مسئله حل کند ... به نظر من، برای اینکه بتوان طور دیگری هم فکر کرد، شخص باید زیاد مسئله حل کند».

درواقع، او معتقد است که شخص از طریق آشنایی با انواع مسائل و تلاش برای حل آنها می‌تواند روش‌های متفاوت فکر کردن را که لازمه خلاقیت است یاد بگیرد.

ف.ح. نیز نظری مشابه با م.ح. دارد و برای حل مسائل ریاضی فرایندی را پیشنهاد می‌کند: «باید آن‌قدر در ریاضی تمرین حل کنی که آن نحوه فکر کردن را یاد بگیری. اول مسئله‌هایی را که شبیه قضیه هست حل کنیم، بعد یک کم متوسط‌تر. در متوسط‌ها، یاد می‌گیریم که یک کم خلاقیت به خرج بدهیم؛ مثلاً چه طوری یک چیزی را تعریف کنیم. بعد هم یک کم مسئله‌های سخت‌تر را حل کنیم».

همان‌گونه که ف.ح. می‌گوید باید برای این فرایند وقت گذاشت که البته نتیجه آن می‌تواند برای شخص رضایت بخش باشد. ت.ه. به این نکته اشاره می‌کند که زیاد مسئله حل کردن نیازمند داشتن پشتکار است: «فرد خلاق در ریاضی باید پشتکار و صبر و حوصله هم داشته باشد، زیاد باید مسئله حل کند .... برای خلاق شدن در ریاضی، باید وقت زیادی بگذاری».

ف.ح. نیز معتقد است که برای آشنایی با برخی راهبردهای حل مسئله باید زیاد مسئله حل کرد: «وقتی از استاد می‌پرسیم که شروع حل مسائل را از کجا بفهمیم، اکثر استادها می‌گویند که باید بیشتر تمرین حل کنید، باید با عمق بیشتری بخوانید. خودم هم دیدم که وقتی زیاد تمرین حل می‌کنم، این اتفاق می‌افتد».

آ.ف. نیز در صحبت‌هایش به ارتباط بین خلاقیت در ریاضی و زیاد مسئله حل کردن اشاره می‌کند: «اگر شخصی می‌خواهد در ریاضی خلاق باشد، باید به جزوه اساتید اکتفا نکند، کتاب‌های بیشتری بخواند، مسئله‌های بیشتری حل کند».

ک.م. نیز گفته است که با زیاد مسئله حل کردن می‌توان مهارت‌های لازم برای خلاق شدن را کسب کرد: «برای خلاق شدن در ریاضی، باید تصور شهودی را قوی کنیم. منظورم این است که با تمرین حل کردن، قوی کنیم».

**۲- محیط اجرا:** برخی از مشارکت کنندگان به تأثیر محیط آموزشی بر تقویت عملکرد افراد در فعالیت‌های خلاقانه اشاره می‌کنند. ن.م. نیز درباره تأثیر محیط بر عملکرد فرد می‌گوید:

«اگر شخص در محیطی بسته باشد (صحبت نکن، نگو، نه، فقط این روشی که من گفتم و روش‌های دیگر نمره ندارد، روش‌های دیگر تنبیه دارد) مانع بروز خلاقیت او می‌شود. پس باید محیط مناسبی فراهم باشد که خلاقیت شخص راحت‌تر بروز کند.»

بر اساس دیدگاه مشارکت‌کنندگان، استاد و همکلاسی‌ها دو عامل تأثیرگذار بر محیط اجرا برای تقویت راه‌حل‌های خلاقانه هستند؛ برای مثال، م.ح. به عملکرد یکی از استادانش اشاره می‌کند:

«یکی از استادانمان هم می‌گفت شما نظر بدهید حتی اگر اشتباه باشد. در آن صورت دانشجو سعی می‌کند دنبال اشتباهاتش بگردد تا بتواند آن مسئله را حل کند.»

همچنین ک.ن. نیز به تأثیرگذاری همکلاسی در محیط اجرا اشاره می‌کند و معتقد است که انگیزه و علاقه افراد برای تشویق به ارائه راه‌حل‌های خلاقانه در ریاضی نیازمند همراهی و تأیید همکلاسان نیز است:

«همکلاسی خیلی روی آدم تأثیر دارد، چندبار توی کلاس پیش آمد که یکی دو تا مسئله، خیلی من را به وجد آورد. گفتم آه، چقدر قشنگ حل شد و به وجد آمدم. دوستانم مسخره‌ام کردند. بعد از آن سعی کردم که خیلی با حل مسئله خوشحال بشوم یا احساسم را بروز ندهم. چون انگار فقط من این طوری فکر کردم.»

### ۳- در اختیار داشتن زمان برای حل مسائل غیر معمول: برخی از مشارکت‌کنندگان معتقدند که بهتر است برای حل

خلاقانه مسائل به آنها فرصت داده شود و در این زمینه به عملکرد استاد اشاره می‌کنند. آنها بر این باورند که باید در این فرصت به آنها اجازه دهند که نظرات و استدلال‌های خود را بگویند و در واقع، فرصت یادگیری را به طور فعال به عهده یادگیرنده بگذارند و این خود می‌تواند در پرورش خلاقیت دانشجویان مؤثر باشد. برای مثال، م.ح. می‌گوید:

«بهتر است استاد در حین تدریسش مثلاً یک مسئله مطرح کند و برای حل آن به دانشجویان فرصت دهد که روی آن فکر کنند و هر کسی نظر و ایده‌اش را چه درست چه غلط، بیان کند. من خودم تقریباً این کار را می‌کنم.»

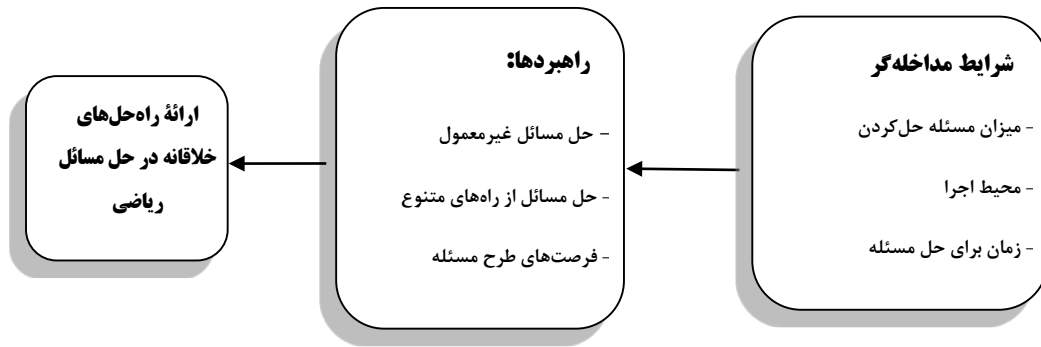
ع.ش. نیز نظری مشابه با م.ح. دارد:

«اساتید خیلی سریع، حجم زیادی از مطالب را درس می‌دهند، آدم نمی‌تواند طوری وقت بگذارد که تسلط پیدا کند و خودش بتواند راهی شاید جدید برای اثبات قضیه پیدا کند... دوست دارم، وقتی چهار تا قضیه جلویم می‌گذارند و شبیه هم است، برای پنجمی بتوانم خودم یک راهی پیدا کنم. استاد این فرصت را به ما سر کلاس نمی‌دهد. خوب است که استاد بعضی مواقع بیاید و قضیه را بگذارد و بگوید که بیاییم با هم فکر کنیم.»

در صحبت‌های ع.ش. مشاهده می‌شود که او به عامل فرصت و زمان برای یادگیری از دو جنبه نگاه می‌کند، یکی زمان و فرصت کافی برای تسلط پیدا کردن بر مطالب و مفاهیم ریاضی و دیگری فرصت برای تفکر روی مسائل.

### چارچوبی مفهومی پژوهش

با توجه به اینکه هدف پژوهش حاضر، شناسایی شرایط و راهبردهای مؤثر بر ارائه راه‌حل‌های خلاقانه در حل مسائل ریاضی در سطوح آموزشی و ارائه چارچوبی مفهومی برای آن است، چارچوب مفهومی استخراج شده از دل داده‌ها در شکل ۳ نشان داده شده است که مقوله‌ها و زیرمقوله‌های آن در پاسخ به سؤالات پژوهش توضیح داده شده است.



شکل ۳: مدل مفهومی

این چارچوبی مفهومی نشان می‌دهد از دیدگاه دانشجویان خلاق، برای ارائه راه‌حل‌های اخلاقانه در حل مسائل ریاضی در محیط‌های آموزشی، به استفاده از راهبردهای خاصی برای کنترل و مدیریت آن نیاز است که انتخاب این راهبردها تحت تأثیر شرایط مداخله‌گری هستند.

### بحث و نتیجه‌گیری

یافته‌های حاصل از فرایند کدگذاری نشان می‌دهد که شرایط و راهبردهای مؤثر برای پرورش خلاقیت ریاضی در سطوح آموزشی در زیرمقوله‌های مختلفی نمود پیدا می‌کند. برای شکل‌گیری تجربه‌هایی در زمینه راه‌حل‌های اخلاقانه در حل مسائل ریاضی، به اجرای راهبردهای خاصی برای کنترل و مدیریت آن نیاز است. این راهبردها شامل «حل انواع مسائل غیرمعمول»، «حل یک مسئله از راه‌های متنوع» و «فراهم کردن فرصت‌هایی برای طرح مسئله» است. انتخاب این راهبردها تحت تأثیر شرایط مداخله‌گری است. این شرایط مداخله‌گر شامل «میزان مسئله حل کردن»، «محیط اجرا» و «اختصاص زمان برای حل مسائل» است. مشارکت کنندگان نقش استاد یا معلم و همکلاسی را به عنوان عواملی از محیط اجرا در پرورش خلاقیت ریاضی نیز تأثیرگذار می‌دانستند.

بحث‌های نظری و یافته‌های پژوهشی صاحب‌نظران و پژوهشگران نیز مؤید تأثیرگذاری این زیرمقوله‌هاست؛ مثلاً یافته «حل مسائل غیرمعمول» یکی از راهبردهاست و با نتایج مطالعات لیکین (۲۰۰۹)، کاون و همکاران (۲۰۰۶) و هی‌لاک (۱۹۸۷) هم‌خوانی دارد. نتایج این مطالعات نشان می‌دهد که برای شناخت تفکر خلاق در ریاضی می‌توان از آن دسته مثال‌ها یا تکالیف ریاضی استفاده کرد که افراد را به داشتن ذهنی باز و رهاکردن قالب‌های کلیشه‌ای تشویق می‌کنند. همچنین این تکالیف به مؤلفه‌های انعطاف‌پذیری و بکر بودن توجه خاصی دارند. مسائل بازپاسخ نوعی از این دسته مسائل هستند. یافته «حل یک مسئله از راه‌های متنوع» در نقش راهبرد، با نتایج مطالعات لیکین (۲۰۰۷ و ۲۰۰۹)، لیکین و لو (۲۰۰۷) و (۲۰۱۳)، اروینیک (۱۹۹۱) و تال (۱۹۹۱) که از شیوه‌های چندگانه برای حل مسائل به عنوان ابزاری مؤثر برای رشد و توسعه توانایی خلاق در افراد جانبداری کرده‌اند، هماهنگ است. همچنین درباره استفاده از راهبرد طرح مسئله برای پرورش خلاقیت ریاضی می‌توان به مطالعات متعددی (یان و سریرامان، ۲۰۱۲؛ اروینیک، ۱۹۹۱؛ کیم، ۲۰۰۹؛ سیلور، ۱۹۹۷؛ گنترویچ و همکاران، ۲۰۱۱؛ لانگ، ۱۹۹۷) اشاره کرد. این مطالعات، طرح مسئله را ابزار قدرتمندی برای ارزیابی خلاقیت ریاضی در سطوح آموزشی می‌دانند.

در انطباق با یافته‌ی استاد یا معلم در نقش یکی از عوامل محیط‌اجرا، می‌توان به یافته‌های مطالعات شونفلد (۱۹۹۲)، کیماز و همکاران (۲۰۱۲)، سینتسکی (۲۰۰۸) و مینا (۲۰۰۸) اشاره کرد. یافته‌های این پژوهش‌ها نیز بر نقش حیاتی معلم و استاد تأکید کرده‌اند. در همسویی با یافته‌ی تعامل با همکلاسی که یکی از عوامل محیط‌اجراست، نیز می‌توان به پژوهش نیومن (۲۰۰۷) اشاره کرد که معتقد است ایده‌ها بر اثر تعامل با دیگران شکل می‌گیرند.

درواقع، افراد از طریق برقراری ارتباط با همکلاسان، می‌توانند تصوّرات و اندیشه‌های خود را به طور شفاهی در جمع مطرح و از ایده‌های خود دفاع کرده و برای متقاعد کردن دیگران سعی کنند. این امر موجب اتصال و ارتباط بین ایده‌های ریاضی در ذهن آنان شده و زمینه را برای تولید ایده‌های جدید هموار می‌سازد؛ همچنین بحث‌های گروهی در جامعه‌ی ریاضی کلاس درس، به ارائه‌ی راه‌حل‌های مختلف و نظرات متنوع منجر می‌شود که یکی از مؤلفه‌های تفکر واگراست. نقش معلمان و استادان در بحث‌های گروهی بسیار کلیدی است. آنان باید در جامعه‌ی ریاضی کلاس خود، جوّی حاکم کنند تا افراد برای بیان ایده‌های خود احساس آزادی و امنیت خاطر کنند. در چنین محیط‌هایی، نگاه به یک مسئله از جنبه‌های مختلف که برای خلاقیت ریاضی ضروری است نه تنها رد نمی‌شود، بلکه از ایده‌های متنوع تقدیر نیز می‌شود. معلمان باید با پرسیدن سؤالاتی که تفکر منعطف افراد را به کار بیندازد، آنان را هدایت کنند؛ به طوری که تجارب کافی برای بازآفرینی مفاهیم و ایده‌های ریاضی به دست آورند و بتوانند روی ایده‌ها و روابط ریاضی تأمل داشته باشند. این امر سبب می‌شود که شرایطی فراهم شود تا فراگیران بتوانند در لباس تازه کاران ریاضی به بازتولید ایده‌های ریاضی به شیوه‌ی بازآفرینی بپردازند؛ بنابراین، ضروری است که توجه عمیقی به آموزش معلمان و اساتید وجود داشته باشد؛ به‌ویژه برای بهبود توانایی آنان در طراحی و اجرای محیط‌هایی آموزشی که توانایی خلاقیت ریاضی افراد را ارتقا می‌دهند.

در مجموع، با اتکا به هر آنچه تشریح شد، می‌توان به این صورت نتیجه‌گیری نهایی را جمع‌بندی کرد که ارائه‌ی راه‌حل‌های خلاقانه در حل مسائل ریاضی، محصول اجرای درست راهبردهایی است که شرایطی مداخله‌گر در آن مؤثرند. درواقع، باید فرصت‌های زیادی در کلاس‌های درسی ریاضی برای افراد فراهم شود تا ضمن حل مسائل بتوانند همچون یک ریاضی‌دان تازه‌کار، فکر و عمل کنند. با وجود اینکه ریاضی‌دانان خیلی از اوقات با مسائلی درگیر می‌شوند که پر از ابهام و عدم قطعیت است، به نظر می‌رسد که اکثر برنامه‌های درسی ریاضی و رویکردهای آموزشی از روش بازپاسخ غفلت می‌کنند و تکالیف و مسائلی به‌ویژه با قابلیت بازپاسخ و داشتن راه‌حل‌های چندگانه که می‌توانند باعث رهاشدن قالب‌های ذهنی-کلیشه‌ای افراد شوند، در کلاس‌های ریاضی به کار نمی‌گیرند یا بر آنها تأکید کافی نمی‌شود. این غفلت باعث کاهش علاقه‌ی افراد به ریاضی و همچنین از بین رفتن کنجکاوی‌ها و اشتیاق طبیعی برای ریاضی می‌شود، در حالی که نیاز است تا با ایجاد و حفظ علاقه و اشتیاق به ریاضی و قدردانی از توانایی خلاق آنان، محیط‌هایی را پایه‌گذاری کنیم که از خلاقیت افراد تقدیر کرده و شرایطی برای پرورش آن فراهم شود. به عبارت دیگر، تأکید زیاد بر الگوریتم‌ها، قواعد و رویه‌ها باعث تشویق افراد به فکر کردن در حوزه‌های محدود و معینی می‌شود و این امر سبب می‌شود که آنان درباره‌ی ریاضی اغلب به صورت همگرا فکر کنند؛ در حالی که باید به افراد فرصت‌های زیادی داده شود تا با حل مسائل ریاضی چالش-برانگیز و تکالیفی که باعث می‌شود آنان خلاقیت ریاضی را تجربه کنند، دست‌وپنجه نرم کنند. چنین تکالیفی سبب می‌شود که افراد بتوانند به مسائل به شیوه‌های متنوع و منعطف نگاه کنند و قادر باشند جواب‌های زیبا برای مسائل بیافرینند.

اینستین به این گفته مشهور است که پیدا کردن جواب مسائل مشکل نیست، قسمت مشکل آن یافتن جواب‌های زیباست. همچنین، تجربه کار کردن با مسائل با قابلیت بازپاسخ و داشتن راه‌حل‌های چندگانه، فرصت‌هایی را برای نشان دادن فهم مفهومی افراد فراهم می‌آورد (مان، ۲۰۰۶). این مسائل کمک زیادی به افراد می‌کنند تا روی مسائل بازتاب و تأمل بیشتری داشته باشند و بتوانند به فرایندهایی که باعث می‌شود که ریاضی‌دانان ایده‌هایشان را تولید کنند، بینش‌های بهتری پیدا کنند؛ به علاوه، می‌توان پیشنهادهایی برای پژوهش‌های بعدی ارائه کرد:

انجام پژوهش‌هایی که به طور عمیق هر یک از شرایط و راهبردهای مؤثر منتج شده از این پژوهش و همچنین روابط بین آنها را در مقاطع مختلف تحصیلی بررسی کند.

در سطوح مدرسه‌ای و در کلیه مقاطع نیز پژوهش‌های مشابهی انجام داده شود و نتایج آن مقایسه شود.

برای بررسی تعمیم‌پذیری نتایج استخراج شده در این پژوهش، انجام پژوهش‌های کمی در وسعت زیاد انجام پذیرد.

## منابع

اسکندری، مجتبی (۱۳۹۲). بررسی تأثیر پرورش مهارت‌های طرح مسأله ریاضی بر توانایی حل مسأله دانش‌آموزان مقطع راهنمایی. پایان‌نامه کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، تهران: دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، دانشکده علوم پایه.

ریحانی، ابراهیم؛ بخشعلی‌زاده، شهرناز و اسکندری، مجتبی. (۱۳۹۳). بررسی عملکرد دانش‌آموزان سال سوم راهنمایی در موقعیت‌های طرح مسئله ریاضی. *مجله مطالعات آموزش و یادگیری*، ۶(۱)، ۹۳-۶۷.

گال، مردیت؛ بورگ، والتر و گال، جوئیس (۲۰۰۳). روش‌های تحقیق کمی و کیفی در علوم تربیتی و روان‌شناسی (جلد اول)، ترجمه احمد رضا نصر و همکاران، چاپ چهارم، (۱۳۸۷)، تهران: انتشارات دانشگاه شهید بهشتی و سمت.

نادری بوانلو، سونا (۱۳۹۳). بررسی توانایی طرح مسأله دانش‌آموزان. پایان‌نامه کارشناسی ارشد آموزش ریاضی. دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، دانشکده علوم پایه، تهران.

Arikan, E. E. (2017). Is there a relationship between creativity and mathematical creativity? *Journal of Education and Learning*, 6(4), 239.

Boden, M. (2004). *The creative mind: Myths and mechanisms* (2nd ed.). London: Routledge.

Chamberlin, S. A., & Moon, S. M. (2005). Model-eliciting activities as tool to develop and identify creativity gifted mathematicians. *Journal of Secondary Gifted Education*, 17(1), 37-47.

Charmaz, K. (2006). *Constructing grounded theory: A practical guide through qualitative research*. London: Sage Publications.

Creswell, J. W. (1998). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five traditions*. CA: Sage.

Ervynck, G. (1991). Mathematical creativity. In D. Tall, *Advanced mathematical thinking* (pp. 42-52). Kluwer. New York: Academic Publishers.

Guilford, J. P. (1959). Traits of creativity. In H. H. Anderson (Ed.), *Creativity and its cultivation* (pp. 142-161). New York: Harper & Brothers Publishers.

Guilford, J. (1967). *The nature of human intelligence*. New York: McGraw-Hill.

- Guba, E. G., & Lincoln, Y. S. (1989). *Fourth generation evaluation*. CA: Sage.
- Guba, E. G., & Lincoln, Y. S. (1985). *Naturalistic inquiry* (Vol. 75). Sage Publications, Incorporated.
- Haylock, D.W. (1987). A framework for assessing mathematical creativity in school children. *Educational Studies in Mathematics*, 18 (1), 59–74.
- Kim, K. H. (2009). Creative problem solving. In B. Kerr (Ed). *Encyclopedia of giftedness, creativity and talent*. Sage Publications. 188-191.
- Kiyamaz, Y., Sriraman, B., & Lee, K. H. (2012). Prospective secondary mathematics teachers' mathematical creativity in problem solving. *The Elements of Creativity and Giftedness in Mathematics*, 173-191.
- Kontorovich, I., Koichu, B., Leikin, R., & Berman, A. (2011). *Indicators of creativity in mathematical problem posing: How indicative are they?* In Proceedings of the 6th international conference on creativity in mathematics education and the education of the gifted students. University of Latvia, Bulgaria. 120-125.
- Kwon, O. N., Park, J. H., & Park, J. S. (2006). Cultivating divergent thinking in mathematics through an open-ended approach. *Asia Pacific Education Review*, 7(1), 51-61.
- Laycock, M. (1970). Creative mathematics at Nueva. *Arithmetic Teacher*, 17, 325-328.
- Leikin, R. (2007). Habits of mind associated with advanced mathematical thinking and solution spaces of mathematical tasks. In *Proceedings of the Fifth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education: Early childhood mathematics*. 2330-2339.
- Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. In R. Leikin, A. Berman & B. Koichu (Eds.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students*. Netherlands: Sense Publisher. 129-145.
- Leikin, R., & Lev, M. (2013). Mathematical creativity in generally gifted and mathematically excelling adolescents: What makes the difference? *ZDM*, 1-15.
- Leikin, R., & Lev, M. (2007). Multiple solution tasks as a magnifying glass for observation of mathematical creativity. In *PME conference*. 31(3).
- Leikin, R., & Sriraman, B. (Eds.). (2016). *Creativity and giftedness: Interdisciplinary perspectives from mathematics and beyond*. Springer.
- Leung, S. K. S. (1997). On the role of creative thinking in problem posing. *ZDM*, 29(3), 81-85.
- Liljedahl, P., & Sriraman, B. (2006). Musings on mathematical creativity. *For The Learning of Mathematics*, 26(1), 17-19.
- Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. Beverly Hills, CA: Sage.
- Mina, F. (2008). Promoting Creativity for all students in mathematics educations. Proceedings of the discussing group 9: Promoting creativity for all students in mathematics education. In *the 11th ICME* (Monterrey, Mexico, 2008).
- Mann, E. L. (2009). The search for mathematical creativity: Identifying creative potential in middle school students. *Creativity Research Journal*, 21(4), 338-348.



- Neumann, C. J. (2007). Fostering creativity-A model for developing a culture of collective creativity in science. *EMBO Reports*, 8(3), 202–206.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning*. New York: MacMillan. 334-370.
- Sharma, Y. (2014). The effects of strategy and mathematics anxiety on mathematical creativity of school students. *Mathematics Education*, 9(1), 25-37.
- Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 29 (3), 75–80.
- Sinitsky, I. (2008). Both for teachers and for students: On some essential features of creativity-stimulating activities. *Proceedings of the 11th International Congress on Mathematical Education Monterrey, Mexico*.
- Sriraman, B. (2004). The characteristics of mathematical creativity. *The International Journal on Mathematics Education*. *ZDM*, 41, 13-27.
- Sriraman, B. (2005). Are giftedness & creativity synonyms in mathematics? An analysis of constructs within the professional and school realms. *The Journal of Secondary Gifted Education*, 17, 20–36.
- Sriraman, B., Haavold, P., & Lee, K. (2013). Mathematical creativity and giftedness: A commentary on and review of theory, new operational views, and ways forward. *ZDM*, 1-11.
- Sriraman, B., & Haavold, P. (2017). *Creativity and giftedness in mathematics education: A pragmatic view*. First compendium for research in mathematics education. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Strauss A. & Corbin J. (1998). *Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory*, CA: Sage Publications.
- Tall, D. (1991) (Ed). *Advanced mathematical thinking*. New York: Kluwer Academic Publishers. 3-21.
- Walker, C. (2008). Factors relating to the success or failure of college algebra internet students: A grounded theory study. Utah State University.
- Wessels, H. M. (2014). Levels of mathematical creativity in model-eliciting activities. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(9), 22-40.
- Yuan, X., & Sriraman, B. (2012). An exploratory study of relationships between students' creativity and mathematical problem-posing abilities. *The Elements of Creativity and Giftedness in Mathematics*, 5-28.